作业 Week 3

作业 1. 设 A 是一个取定的拓扑空间. 对任意拓扑空间 X, 以 $[A,X]$ 记同伦类的集合 $\{A \to X\text{的同伦类}\}$. 映射 $f: X \to Y$ 使 $\phi: A \to X$ 的同伦类变成 $f \circ \phi: A \to Y$ 的同伦类. 试论证, 这样我们得到一个协变函子

$$[A,-]: \mathcal{T}op \to \mathcal{S}et$$

作业 2. 设 $F, G: \mathcal{C} \to \mathcal{D}$ 是两个函子, $\mathcal{I} = \{0 \to 1\}$ 为只有两个对象一个非单位态射的范畴。试证明, 函子之间的自然变换 $\xi: F \to G$ 可以一一对应为函子 $H: \mathcal{C} \times \mathcal{I} \to \mathcal{D}$ 使得 $H(-,0) = F$, $H(-,1) = G$.

作业 3. 链映射之间的链同伦关系是一个等价关系.

作业 4. 设 $f \simeq f': C \to D$, $g \simeq g': D \to E$ 都是链同伦的链映射. 试证明, $g \circ f \simeq g' \circ f': C \to E$.

作业 5. 证明链同伦等价是链复形之间的一个等价关系.

作业 6. 设 X 是一个拓扑空间, $\sigma: \Delta_q \to X$ 是一个奇异单形, $\alpha: \Delta_q \to \Delta_q$ 是一顶点作了奇置换的线性映射. 试证明, $\sigma \circ \alpha + \sigma \in S_q(X)$ 是一个边缘链.

作业 7. 待定.

作业 8. 待定.

作业 9. 待定.

作业 10. 待定.